

設問ごとに、与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び、解答用紙の該当する記号を塗りつぶせ。

- 1 2つの整式 $A = x^3 - 2a^2x + 4a^3$, $B = x + 2a$ を x についての整式とみて、 A を B で割った余りを求めよ。

☐ア 0 ☐カ 1 ☐サ 2 ☐タ 3 ☐ナ 4
☐ハ 5 ☐マ 6 ☐ヤ 7 ☐ラ 8 ☐ワ 9

- 2 $x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$, $y = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ であるとき、 $\frac{x^3 + y^3}{x + y}$ の値を求めよ。

☐ア 0 ☐カ 1 ☐サ 2 ☐タ 3 ☐ナ 4
☐ハ 5 ☐マ 6 ☐ヤ 7 ☐ラ 8 ☐ワ 9

- 3 方程式 $\log_3(9x) - 6\log_x 9 = 3$ のすべての実数解の積の値を求めよ。

☐ア 0 ☐カ 1 ☐サ 2 ☐タ 3 ☐ナ 4
☐ハ 5 ☐マ 6 ☐ヤ 7 ☐ラ 8 ☐ワ 9

- 4 方程式 $(\log_2 x)^2 \cdot \log_2(8x^2) = a$ は、すべて異なる3つの実数解 $\frac{\beta}{\gamma}$, β , $\beta\gamma$ ($\gamma \neq 0$) をもつものとする。 $2a$ の値を求めよ。

☐ア 0 ☐カ 1 ☐サ 2 ☐タ 3 ☐ナ 4
☐ハ 5 ☐マ 6 ☐ヤ 7 ☐ラ 8 ☐ワ 9

- 5 方程式 $2\cos^2\theta + 3\sin\theta = k$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) が、異なる2つの実数解をもつための k のとりうる範囲は、 $a \leq k < b$ となる。 $16(b - a)$ の値を求めよ。

☐ア 0 ☐カ 1 ☐サ 2 ☐タ 3 ☐ナ 4
☐ハ 5 ☐マ 6 ☐ヤ 7 ☐ラ 8 ☐ワ 9

6 複素数 $Z = \frac{(1+i)^3(\sqrt{3}-i)^2}{(\sqrt{3}-3i)^2}$ について考える。

Z^{2n} が実数となるとき、自然数 n の最小値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

7 $A = \frac{1}{1-\alpha} + \frac{1}{1-\alpha^2} + \frac{1}{1-\alpha^3} + \frac{1}{1-\alpha^4} + \frac{1}{1-\alpha^5} + \frac{1}{1-\alpha^6}$ とする。

$\alpha = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$ であるとき、 A の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

8 2つの方程式 $A: x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ と $B: x^2 - bx + 3 = 0$ (a, b, c は実数) について考える。方程式 A は、 $1+i$ を1つの解にもつとする。

方程式 A と B がただ1つの解を共有するとき、 $\frac{|abc|}{4}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

9 方程式 $x^3 + ax^2 + bx - 8 = 0$ (a, b は実数とする) は、 $x=1, x=2$ を解としてもつ。 $\left| \frac{b}{a} \right|$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

10 点 $A(3, 2)$ と円 $C: x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ 上の点 Q について考える。

線分 AQ の中点を P とする。点 P の軌跡によって囲まれる領域の面積を S とする。 $\frac{7S}{\pi}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 11 3つの直線 $x - y + 2 = 0$, $x + y - 12 = 0$, $7x - y - 4 = 0$ で囲まれた三角形に内接する円の面積を S とする。 $\frac{4S}{\pi}$ の値を求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 12 原点 $O(0, 0, 0)$, 点 $A(-3, 2, 1)$, 点 $B(2, -1, -1)$, 点 $C(1, 1, 0)$ によって作られる四面体 $OABC$ の体積を V としたとき, $9V$ の値を求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 13 大きさがともに1である2つのベクトル $\vec{a}$ および $\vec{b}$ は, $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 2$ を満たす。 $|\vec{a} - 2\vec{b}| = k$ としたとき, k^2 の値を求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 14 原点 $O(0, 0, 0)$ を中心とする半径1の球面上に存在するすべて異なる3つの点 A, B, C について, $3\vec{OA} + 4\vec{OB} - 5\vec{OC} = \vec{0}$ が成立する。 $\triangle ABC$ の面積を S としたとき, $10S$ の値を求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 15 自然数 360 は2つの自然数 a と b の積で表すことができる。 a, b が互いに素であるとする。 a, b の組 (a, b) はいくつあるか。
 ただし, 例えば, $(a, b) = (1, 360), (360, 1)$ は, 異なる組としてあつかうこととする。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 16 $\triangle ABC$ の各頂点を移動する動点 P について考える。動点 P は、1 個のさいころを投げたとき、5 の目が出れば時計回りに、6 の目が出れば反時計回りにそれぞれ隣の頂点に移り、1, 2, 3, 4 の目が出れば移動しないものとする。さいころを n 回 (n は 0 以上の整数) 投げたあと、動点 P が頂点 A 上にある確率を p_n とする。

$\lim_{n \rightarrow \infty} 6p_n$ の値を求めよ。ただし、動点 P は、最初には、頂点 A 上に存在するものとする。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 17 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 4x}{x + \sin x}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 18 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x} = k$ としたとき、 $a < (2.7)^k < a + 1$ となる整数 a が存在する。 a の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 19 曲線 $C: y = 3x^4 + 4x^3 - 102x^2 + 180x + 10$ と直線 $\ell: y = k$ (k は実数) について考える。曲線 C と直線 ℓ がすべて異なる 4 つの点で交わるとき、 k のとりうる範囲は、 $a < k < b$ となる。 $\frac{a+b}{26}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 20 数列 $\{a_n\}$ は、 $a_1 = 1$ 、 n が 2 以上の自然数では、 $\int_0^1 (a_{n-1}x - a_n)x^n dx = 0$ を満たす。 $\lim_{n \rightarrow \infty} 2na_n$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

21 関数 $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ の最大値を M 、最小値を m とする。

$|4Mm|$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

22 2つの曲線 $C1: y = x^3 - x^2 - 12x - 1$ と $C2: y = -x^3 + 2x^2 + a$ について考える。曲線 $C1$ と $C2$ が共有点をもち、その点で共通の接線をもつとき、 $\frac{a}{2}$ の値を求めよ。ただし、 a は自然数とする。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

23 2つの曲線 $C1: ny = x^2$ と $C2: (n+1)x = y^2$ (n は自然数, $x \geq 0, y \geq 0$) について考える。曲線 $C1$ と $C2$ で囲まれた部分の面積を S_n とする。

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{27S_n}{n^2}$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

24 円 $C: x^2 + y^2 = 4$ と直線 $\ell: y = k$ (k は正の実数) について考える。円 C と直線 ℓ は、異なる2つの点 $P(p, k)$, $S(s, k)$ で交わることをとする ($s > p$)。円 C と x 軸との2つの交点を $Q(-2, 0)$, $R(2, 0)$ としたとき、四角形 $PQRS$ の面積の最大値を M とする。 $\frac{M}{\sqrt{3}}$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

25 動点 P の座標は、 $P(1 - \cos \theta, \theta - \sin \theta)$ として与えられる ($0 \leq \theta \leq 2\pi$)。

動点 P の動いた長さを L とする。 L の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9